

Auslese der
FUNKTECHNIK
Zeitschrift für das Gesamtgebiet der Elektronentechnik

Verantwortlich für den Inhalt: Prof. Dr.-Ing. F. Bergtold VDE, Feldp. 05997 H
Mitarbeiter: M. von Ardenne, Berlin . Prof. Dr. Benz, Wien . Dr. L. Brück, Berlin . Dr. F. Fuchs, München. J. Kammerloher, Berlin . Dr. O. Macek, München . Dr. H. Roosenstein, Berlin . Dr. W. Runge, Berlin . Dr. H. Schwarz, München . Dr. K. Steimel, Berlin . Obering. R. Urtel, Berlin . Prof. Dr. H. Wigge, Köthen u. a.

In diesem Heft vor allem:

Der schwellwertlose Schwundausgleich

Aus dem Inhalt:

In den folgenden Heften:

Gleichrichtung mit Zweipolröhren; Gegenkopplungsfragen; Berechnung der selbsttätigen Regelung; Bemessungsregeln für den Ausgangsübertrager; Trenneigenschaften des Empfangsgleichrichters; Erdung in Hochfrequenzgeräten.

Franckh'sche Verlagshandlung, Abt. Technik

Stuttgart-O, Pfizerstraße 5/7

Die Eindringtiefe der Hochfrequenzfelder in metallische Leiter

Von Dr. Otto Macek, München

Hochfrequenzströme und die mit ihnen zwangsweise verknüpften elektromagnetischen Felder dringen um so weniger in metallische Leiter ein, je höher ihre Frequenzen liegen. Daher spielen sich die elektrischen Vorgänge bei Hochfrequenz praktisch an den Oberflächen der Leiter ab. Bei sehr hohen Frequenzen in der Größenordnung von 10^9 Hz dringt z. B. das elektromagnetische Feld in gute Leiter nur noch ein Tausendstel Millimeter tief ein. Auf diese Tatsache muß man bei der Konstruktion von Leitergebilden für Ultrahochfrequenz Rücksicht nehmen.

Der Begriff der Eindringtiefe wird recht verschieden festgelegt und angegeben. Oft bleibt unklar, was unter „Eindringtiefe", „Leitschichtdicke", oder „äquivalenter Leitschichtdicke" verstanden werden soll. Folgende Abhandlung will zur Klärung dieser Frage beitragen. Ein darin enthaltenes Kennlinienbild soll eine rasche Unterrichtung über die in Frage kommenden Werte der „Leitschichtdicke" bei verschiedenen Metallen ermöglichen. Die mathematischen Ableitungen können als Übungsstoff betrachtet oder auch überschlagen werden.

Die elektromagnetischen Grundlagen

Um das Eindringen elektromagnetischer Wellen in Metalle zu untersuchen, lassen wir – um hinreichend einfache Verhältnisse zu erhalten – eine ebene Welle auf eine senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung stehende, sehr weit ausgedehnte ebene Metallwand auftreffen. Die Welle dringt in das Metall ein, dadurch entstehen im Metall Ströme. Besteht nämlich in einem Metall ein elektrisches Spannungsgefälle $\mathfrak{E}$, so hat es einen Strom zur Folge. Zwischen dem elektrischen Spannungsgefälle $\mathfrak{E}$ und der Stromdichte $\mathfrak{i}$ (Strom je cm² Querschnitt) besteht die Beziehung $\mathfrak{i} = \varkappa \cdot \mathfrak{E}$ oder, wenn wir die Richtung außer acht lassen: $i = \varkappa \cdot E$, worin mit $\varkappa$ die Leitfähigkeit des Metalls gemeint ist.

Wir beziehen uns zur mathematischen Verfolgung der elektrischen Vorgänge im Metall auf ein rechtwinkliges Koordinatensystem, dessen x-Achse mit der Fortpflanzungsrichtung des Feldes, dessen y-Achse mit der Richtung des elektrischen Spannungsgefälles E und dessen z-Achse mit der Richtung des magnetischen Spannungsgefälles H zusammenfalle (Bilder 1 und 2).

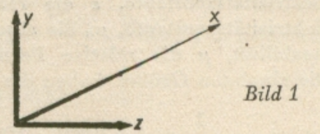


Bild 1

In der sehr dicken metallischen Wand betrachten wir ein quadratisches Prisma von der Grundfläche 1 cm² und beträchtlicher Ausdehnung in der x-Richtung. Der Koordinatenursprung soll in die Mitte der Grundfläche fallen.

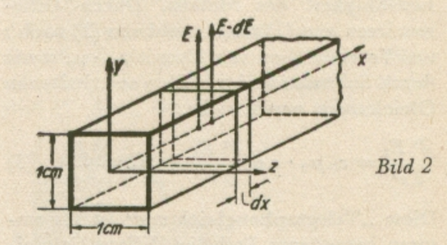


Bild 2

Das Gesetz, nach dem der wirksame Wert des elektrischen Spannungsgefälles – und damit auch des magnetischen Spannungsgefälles – beim Eindringen in das Metall abnimmt, läßt sich so schreiben:

$$-\frac{\mathrm{d}E}{E} = a \cdot \mathrm{d}x$$

oder auch als Exponentialfunktion so:

$$E = E_0 \cdot \mathrm{e}^{-ax},$$

wenn E_0 den wirksamen Wert des elektrischen Spannungsgefälles an der Oberfläche der Metallwand bedeutet. Zur Bestimmung der Größe a benutzen wir die Maxwellschen Gleichungen, deren Ableitung an anderer Stelle der Auslese gebracht wird.

Für eine polarisierte ebene Welle gelten mit Bild 2 die Gleichungen:

$$\frac{\partial E_t}{\partial x} = -\mu_0 \cdot \mu \cdot \frac{\partial H_t}{\partial t} \tag{1}$$

$$-\frac{\partial H_t}{\partial x} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon \frac{\partial E_t}{\partial t} + \varkappa \cdot E_t. \tag{2}$$

Alle Größen sind hier im praktischen Maß-System gemessen. ε_0 ist die absolute Dielektrizitätskonstante, ε die relative Dielektrizitätskonstante, μ_0 die absolute Permeabilität, μ die relative Permeabilität. Die absoluten Größen haben die Werte:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^{11}} = 0{,}886 \cdot 10^{-13} \frac{\text{A s}}{\text{V}},$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-9} = 1{,}256 \cdot 10^{-8} \frac{\text{V s}}{\text{A}}.$$

ε und μ sind die reinen Zahlen, die man in Tabellen gewöhnlich angegeben findet. $\varkappa$ ist, wie schon erwähnt, die spezifische Leitfähigkeit des Metalls. Durch Differenzieren von (1) nach x und von (2) nach t und Vervielfachen von (2) mit $\mu_0 \cdot \mu$, sowie durch Subtraktion der beiden so erhaltenen Gleichungen ergibt sich:

$$\frac{\partial^2 E_t}{\partial x^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \cdot \varepsilon \mu \frac{\partial^2 E_t}{\partial t^2} + \mu_0 \mu \frac{\partial E_t}{\partial t}. \tag{3}$$

Diese „Telegraphengleichung" ist für unseren besonderen Fall die Differentialgleichung der Wellenfortpflanzung. Als Lösung setzen wir an

$$E_t = \mathrm{f}(x) \cdot \mathrm{e}^{\,\mathrm{j}\omega t}, \tag{4}$$

wo e = 2,718 die Basis des natürlichen Logarithmensystems, $\mathrm{j} = \sqrt{-1}$ die imaginäre Einheit, t die Zeit, $\omega = 2\pi f$ die Kreisfrequenz sind und $\mathrm{f}(x)$ eine vorläufig beliebige Funktion von x allein ist. Daraus folgt durch Differentieren

$$\frac{\partial E_t}{\partial t} = \mathrm{f}(x) \cdot \mathrm{j}\,\omega \cdot \mathrm{e}^{\,\mathrm{j}\omega t} \quad \text{und}$$

$$\frac{\partial^2 E_t}{\partial t^2} = -\,\mathrm{f}(x) \cdot \omega^2 \cdot \mathrm{e}^{\,\mathrm{j}\omega t}.$$

Nach Einsetzen dieser Ausdrücke in Gleichung (3) und Kürzen durch das gemeinsame Glied $\mathrm{e}^{\,\mathrm{j}\omega t}$ erhalten wir die für ein gedämpfte fortschreitende Welle geltende Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 \mathrm{f}(x)}{\partial x^2} + (\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon\mu - \mathrm{j}\,\omega\,\varkappa\,\mu_0\,\mu) \cdot \mathrm{f}(x) = 0. \tag{5}$$

Sie wird gelöst durch den Ansatz

$$\mathrm{f}(x) = A \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon\mu - \mathrm{j}\,\omega\,\varkappa\,\mu_0\,\mu} \cdot x}.$$

A ist eine Konstante und zwar ist $A = \mathrm{f}(x)$ für $x = 0$. Wir betrachten jetzt genauer den Wurzelausdruck

$$\sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon\mu - \mathrm{j}\,\omega\,\varkappa\,\mu_0\,\mu} = \\ = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon\mu - \mathrm{j}\,\frac{\varkappa\,\mu_0\,\mu}{\omega}}. \tag{6}$$

Wir schreiben ihn, aus Gründen, die aus dem Folgenden ersichtlich werden, in der Form $\omega(n - \mathrm{j}\,p)$. Dabei haben n und p ganz bestimmte physikalische Bedeutungen. n ist der reelle Brechungsindex, p der imaginäre Brechungsindex, der ganze Klammerausdruck ist der komplexe Brechungsindex für die Grenzfläche leerer Raum-Metall.

Für die so eingeführten neuen Größen n und p erhalten wir durch Quadrieren von (6) und Gleichsetzen der Real- und Imaginärteile die Bestimmungsgleichungen

$$n^2 - p^2 = \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu \quad \text{und}$$

$$n \cdot p = \frac{\varkappa \cdot \mu_0 \cdot \mu}{2\,\omega} = \frac{\varkappa\,\mu_0\,\mu}{4\pi \cdot f} = \frac{\varkappa\,\mu_0\,\mu\,\lambda}{4\pi c},$$

aus denen durch Auflösen folgt

$$n = \sqrt{\frac{\mu_0 \cdot \mu}{2}\left[\varepsilon_0 \cdot \varepsilon + \sqrt{\varepsilon_0^2\,\varepsilon^2 + \varkappa^2/\omega^2}\right]}$$
$$p = \sqrt{\frac{\mu_0 \cdot \mu}{2}\left[-\,\varepsilon_0 \cdot \varepsilon + \sqrt{\varepsilon_0^2\,\varepsilon^2 + \varkappa^2/\omega^2}\right]}. \tag{7}$$

Damit wird

$$\mathrm{f}(x) = A \cdot \mathrm{e}^{-(p\,\omega)\,x} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,\omega\,n\,x}$$

und schließlich

$$E_t = A \cdot \mathrm{e}^{-(p\,\omega)\,x} \cdot \mathrm{e}^{\,\mathrm{j}\,\omega\,(t - n x)}. \tag{8}$$

Das ist die Gleichung einer gedämpften Welle mit dem Dämpfungsglied $\mathrm{e}^{-(p\,\omega)\cdot x}$.

Die Bedeutung von $(p\,\omega)$ ersieht man, wenn man sich E für $x = 0$ und für $x = \frac{1}{p\,\omega}$ ausrechnet. Es ergibt sich für $x = 0:\ E_t = A \cdot e^{j\omega t}$. Der zum Augenblickswert E_t gehörige wirksame Wert E ist dann $E = \frac{A}{\sqrt{2}}$. Für $x = \frac{1}{p \cdot \omega}$ erhält man $E_t = A \cdot e^{-1} \cdot e^{j\omega\left(t - \frac{n}{p\omega}\right)}$ und den wirksamen Wert $E = \frac{A}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{e}$.

Das bedeutet: $\frac{1}{p \cdot \omega}$ ist jene Strecke, auf der das elektrische Spannungsgefälle auf den e-ten Teil abgesunken ist. Da die Stromdichte $\mathfrak{i}$ im Metall mit dem elektrischen Spannungsgefälle durch die Beziehung $\mathfrak{i} = \varkappa\,\mathfrak{E}$ verknüpft ist (siehe oben), ist damit auch der im Metall fließende Strom auf den e-ten Teil gesunken.

Wir können für den Ausdruck

$$p \cdot \omega = \omega \sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{2}\left[-\varepsilon_0 \varepsilon + \sqrt{\varepsilon_0^2 \varepsilon^2 + \frac{\varkappa^2}{\omega^2}}\right]}$$

einige bedeutende Vereinfachungen einführen: Für Metalle ist die Leitfähigkeit $\varkappa$ sehr groß, so daß wir die Größen $\varepsilon_0 \varepsilon$ und $\varepsilon_0^2 \varepsilon^2$ gegenüber $\frac{\varkappa^2}{\omega^2}$ vernachlässigen können. Somit vereinfacht sich der Ausdruck zu

$$p \cdot \omega = \omega \sqrt{\frac{\mu_0 \mu \varkappa}{2\,\omega}} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu \varkappa \omega}{2}}.$$

Der Kehrwert, den man die „Leitschichtdicke" nennt, ist

$$\frac{1}{p\,\omega} = d = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \mu \varkappa \omega}} = \sqrt{\frac{\varrho}{\mu_0 \mu \pi f}}.$$

Hier ist $\varrho = \frac{1}{\varkappa}$ der spezifische Widerstand des Metalles bezogen auf 1 cm² Querschnitt und auf 1 cm Länge.

Gewöhnlich wird aber der spezifische Widerstand auf einen Stab von 1 mm² Querschnitt und 1 m Länge bezogen, was den 10^4fachen Wert des obenstehenden ϱ bedeutet. Setzt man den Wert für μ_0 ein, so erhält man für die Leitschichtdicke die Formeln:

a) $$d = \frac{50}{\pi}\sqrt{\frac{10 \cdot \varrho}{\mu \cdot f}} = 50{,}3\sqrt{\frac{\varrho}{\mu \cdot f}}$$

d in cm, ϱ in $\frac{\text{Ohm} \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$, f in Hz,

b) $$d = \frac{50}{\pi}\sqrt{\frac{\varrho}{\mu \cdot f}} = 15{,}9\sqrt{\frac{\varrho}{\mu \cdot f}}$$

d in mm, ϱ in $\frac{\text{Ohm} \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$, f in Kilohertz.

Damit wird schließlich:

$$E_t = A \cdot e^{-\frac{x}{\frac{50}{\pi}\sqrt{\frac{10 \cdot \varrho}{\mu f}}}} \cdot e^{j\omega(t - nx)} \quad \text{und}$$

$$\mathfrak{i}_t = \varkappa \cdot E_t = \varkappa \cdot A \cdot e^{-\frac{x}{\frac{50}{4}\sqrt{\frac{10 \cdot \varrho}{\mu \cdot f}}}} \cdot e^{j\omega(t - nx)}.$$

Die Leitschichtdicke

Die Stromdichte nimmt, wenn man von der Oberfläche des Leiters nach innen fortschreitet, nach einer e-Funktion ab (siehe Bild 3). Auch für sehr große Tiefen x ist

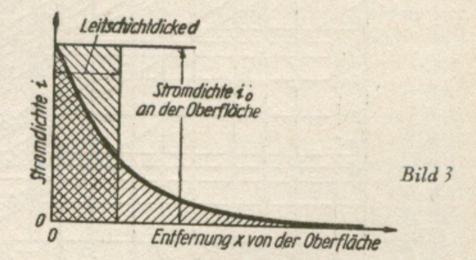


Bild 3

die Stromdichte noch nicht Null. Man ersetzt nun den nach einer e-Funktion verteilten wirklichen Strom von der Stromdichte $\mathfrak{i} = f(x)$ durch einen bis in eine Tiefe x_0 reichenden, gleichmäßig verteilten Strom von der Stromdichte $\mathfrak{i}_0$, wie sie an der Oberfläche auch in Wirklichkeit herrscht. Diese Ersatztiefe x_0 kann man so groß machen, daß der Widerstand des derart gebildeten Streifens gleich dem für die vorliegende Stromdichteverteilung geltenden Gesamtwiderstand der Metallwand

wird. Das ist dasselbe, wie wenn der Strom durch den Streifen von der Dicke x_0 gleich dem gesamten Strom ist:

$$\int\limits_{x=o}^{\infty} \mathrm{i} \cdot dx = \mathrm{i}_o \cdot x_o; \quad x = \frac{\int\limits_o^{\infty} \mathrm{i} \cdot dx}{\mathrm{i}_o} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{A} \cdot \int\limits_o^{\infty} \frac{A}{\sqrt{2}} \varkappa e^{-\frac{x}{\frac{50}{\pi}\sqrt{\frac{10 \cdot \varrho}{\mu \cdot f}}}} \cdot dx.$$

Daraus folgt: $x_0 = \frac{50}{\pi}\sqrt{\frac{10 \cdot \varrho}{\mu \cdot f}} = d.$

Diese Dicke d der Schicht, die bei gleichmäßiger Stromverteilung denselben Widerstand aufweist wie die gesamte Wand mit ihrer ungleichmäßigen Stromverteilung, ist die „Leitschichtdicke", die auch „äquivalente Leitschichtdicke" genannt wird.

Die Eindringtiefe

Die Angabe einer Eindringtiefe hat nur einen Sinn, wenn dazu angegeben wird, bei welcher Schwächung der eindringenden Welle man die Grenze ziehen möchte. Es ist üblich, die Eindringtiefen für eine Schwächung der Stromdichte und damit des Spannungsgefälles auf 10%, 1% oder 1‰ der an der Oberfläche vorhandenen Werte anzugeben. Diese drei Eindringtiefen x stehen mit der Leitschichtdicke in einem einfachen Zusammenhang:

$$x\ 10\% = 2{,}3\ d$$
$$x\ 1\% = 4{,}6\ d$$
$$x\ 1‰ = 6{,}9\ d$$

Dieser Zusammenhang ergibt sich z. B. für $x = 1\%$ oder $x = 10^{-2}$ so:

$$\frac{A}{\sqrt{2}} \cdot 10^{-2} = \frac{A}{\sqrt{2}} \cdot e^{-\frac{x}{d}}; \; e^{-\frac{x}{d}} = 10^{-2} = e^{-4{,}6}.$$

Das Kennlinienbild

Dieses Bild zeigt abhängig von der Frequenz die Leitschichtdicke d für Konstantan, Manganin, Tantal, Messing, Wolfram, Aluminium, Kupfer und Silber, sowie für Eisen mit verschiedenen Permeabilitäten.

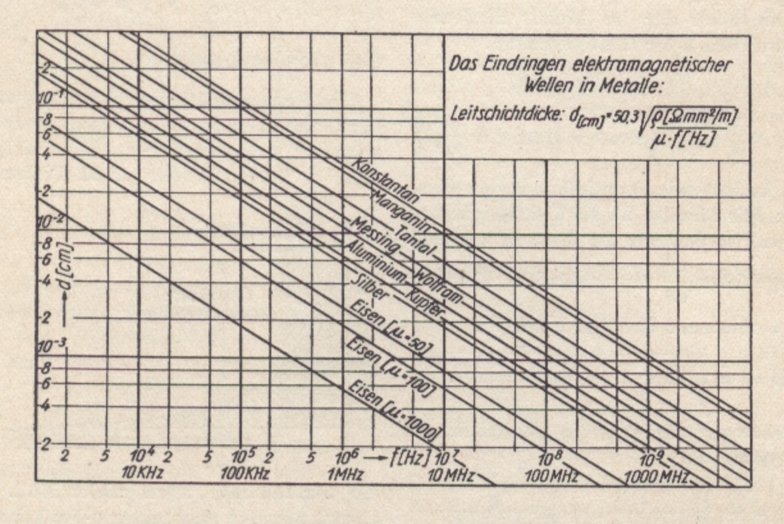


Bild 4

Aus der Leitschichtdicke kann mit Hilfe der obenstehenden Beziehungen leicht die Eindringtiefe für die verschiedenen Grenzwerte ermittelt werden.

Beispiel: Aluminium, 20 kHz, Leitschichtdicke $d = 6 \cdot 10^{-2}$ cm.

Der schwellwertlose Schwundausgleich

Von F. Bergtold

Hier wird zunächst der schwellwertlose Schwundausgleich behandelt, der im allgemeinen wohl als überholt anzusehen ist: Heute wendet man in der Regel einen Schwundausgleich an, der erst nach Überschreiten eines bestimmten Schwellwertes wirksam wird. Wir greifen auf den schwellwertlosen Schwundausgleich deshalb zurück, weil er einfacher arbeitet als der Schwellwert-Schwundausgleich und weil deshalb an ihm das Grundsätzliche des Schwundausgleiches sowie der für den Schwundausgleich gültige Rechnungsgang besonders deutlich werden. Ein weiterer Beitrag wird dem Schwellwert-Schwundausgleich gewidmet.

Voraussetzung für den selbsttätigen Schwundausgleich

Der selbsttätige Schwundausgleich soll verhältnismäßig langsame Schwankungen der Empfangsspannung durch entgegengesetzte Schwankungen der Verstärkung ganz oder teilweise ausgleichen.

Ein befriedigender Ausgleich setzt voraus, daß die verfügbare Empfangsspannung und die im Empfänger mögliche Höchstverstärkung ausreichen, um die Endstufe des Empfängers auch bei Empfangsschwund noch voll aussteuern zu können.

Diese Voraussetzung wird oft nicht genügend beachtet. Vielfach läßt man den mit Schwundausgleich ausgerüsteten Empfänger an einer wenig leistungsfähigen Antenne arbeiten, wobei seine Endstufe nur mit voller Verstärkung bei kräftigem Empfang ganz ausgesteuert wird. Hierbei kann das Absinken der Empfangsspannung nicht ausgeglichen werden, weil der dafür notwendige, erhebliche Überschuß an Verstärkung fehlt.

Aus dem Vorangehenden ergeben sich folgende zwei Gesichtspunkte:

1. Unter denselben Empfangsbedingungen muß ein mit selbsttätigem Schwundausgleich ausgerüsteter Empfänger über eine höhere Gesamtverstärkung verfügen als ein Empfänger ohne selbsttätigen Schwundausgleich.
2. Ein mit selbsttätigem Schwundausgleich ausgerüsteter Empfänger benötigt eine höhere Empfangsspannung als ein Empfänger ohne selbsttätigen Schwundausgleich, der die Gesamtverstärkung aufweist, die dem mit Schwundausgleich arbeitenden Empfänger als Höchstverstärkung zukommt.

Diese Punkte sollen an einem Beispiel erläutert werden: Ein Empfänger ohne Schwundausgleich arbeite an einer wenig wirksamen Behelfsantenne im allgemeinen befriedigend. Der Hörer hat sich zunächst damit abgefunden, daß die Wiedergabe-Lautstärke bei Empfangsschwund erheblich zurückgeht und die Wiedergabe mitunter sogar völlig verschwindet. Nun will aber der Hörer dieses Gerät durch einen mit selbsttätigem Schwundausgleich versehenen Empfänger ersetzen, wobei er zunächst daran denkt, die Antennenanlage beizubehalten. Er wünscht, daß sich auch bei erheblichem Empfangsschwund (z. B. bei einer Schwächung der Empfangsspannung auf $^1/_{5000}$) die volle Wiedergabe-Lautstärke erzielen läßt. Die Verstärkung des neuen Empfängers muß hierbei etwa 5000mal so hoch sein wie die des alten, weil der alte nur bei fehlendem Schwund voll ausgesteuert wurde, während von dem neuen Gerät auch bei $^1/_{5000}$ der Empfangsspannung noch die volle Wiedergabe-Lautstärke verlangt wird. Begnügt sich der Hörer bei dem mit Schwundausgleich versehenen Empfänger mit einer Höchstverstärkung, die gleich der des ungeregelten Gerätes ist, so muß er, um in den Genuß des Schwundausgleiches zu kommen, die bisher vorhandene, wenig wirkungsvolle Behelfsantenne durch eine gute Hochantenne ersetzen.

Ein Vergleich beider Antennen mit dem schwundgeregelten Empfänger an Hand eines Senders, dessen an der Behelfsantenne auftretende Empfangsspannung genügt, um beide Empfänger voll auszusteuern, empfiehlt sich nicht. Wird dieser Sender mit der Hochantenne empfangen, so ver-

mindert das mit Schwundausgleich versehene Gerät seine Verstärkung so weit, daß sich etwa dieselbe Aussteuerung ergibt wie an der Behelfsantenne.

Die Schaltung und die Gesichtspunkte für ihre Bemessung

Die Verstärkungsregelung geschieht mit Hilfe einer Regelgleichspannung, die aus dem Durchschnittswert der verstärkten Empfangsspannung oder der zu ihr gehörigen Zwischenfrequenzspannung gewonnen wird. Die Regelgleichspannung dient als zusätzliche negative Gittervorspannung der regelbaren Röhren. Sie setzt die Steilheit dieser Röhren herab und vermindert so die mit ihnen hervorgerufene Verstärkung.

Im Empfänger geht die Regelspannungserzeugung meist Hand in Hand mit der Empfangsgleichrichtung vor sich, wobei z. B. eine Doppelzweipolröhre benutzt wird, deren eine Anode der Empfangsgleichrichtung und deren andere Anode der Regelspannungserzeugung dient. Hierfür ergibt sich eine enge Beziehung zwischen der hinter dem Empfangsgleichrichter vorhandenen Niederfrequenzspannung, die den Niederfrequenzteil steuert, und der Regelgleichspannung. Folglich muß man zur Berechnung der Schwundausgleichschaltung von den nachstehend genannten Punkten ausgehen:

1. Wert der für die volle Aussteuerung des Niederfrequenzteiles notwendigen Steuerwechselspannung (des weiteren nur mehr „Wert der Steuerspannung“ genannt),
2. Zusammenhang zwischen den Werten der Steuerspannung des Niederfrequenzteiles und der Regelgleichspannung.
3. Steilheits-Kennlinien der geregelten Röhren und gegebenenfalls Steilheiten der ungeregelten Röhren,
4. Widerstandswerte der anodenseitigen Schaltungen.

Der Höchstwert der Steuerspannung

Wir betrachten zunächst die Steuerspannung, die zur vollen Aussteuerung einer mittelbar geheizten Endröhre gehört. Die Endröhre kann bei richtiger Anpassung des Lautsprechers bis zum Gitterstrom-Einsatz ausgesteuert werden. Dieser liegt bei einer negativen Gitterspannung von rund 1,5 V. Demgemäß gilt folgende Beziehung:

Höchstwert der Steuerspannung in V = negative Gittervorspannung in V – 1,5 V.

Im Durchschnitt rechnet man mit einer Modulation von etwa 30%. Da auch wesentlich geringere Modulationsgrade vorkommen, wollen wir für unsere Betrachtungen voraussetzen, daß bei einer Modulation von 30% am Lautstärkeregler nur ein Drittel der Gesamtspannung abgegriffen wird. Hierbei ist die am Lautstärkeregler auftretende Gesamtspannung dreimal so groß wie die Endstufen-Steuerspannung, die zur vollen Aussteuerung der Endstufe gehört.

Diese Gesamtspannung wird vom Empfangsgleichrichter entweder unmittelbar oder (seltener) über eine oder zwei Niederfrequenz-Verstärkerstufen abgenommen. Falls eine oder mehrere Verstärkerstufen benutzt werden, müssen wir den dreifachen Wert der Endstufen-Steuerspannung durch den Niederfrequenz-Verstärkungsgrad teilen, um die am Ausgang des Gleichrichters auftretende Steuerspannung zu erhalten.

Niederfrequenzspannung und Regelspannung

Die Regelspannung wird in einer Schaltung nach Bild 1 rechts gewonnen. Führt

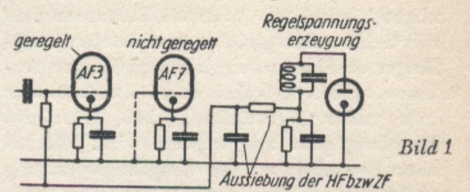


Bild 1

man dieser Schaltung eine Hoch- oder Zwischenfrequenzspannung zu, so ergibt sich eine Gleichspannung, wobei die Anode der in der Schaltung enthaltenen Zweipolröhre den negativen Pol bildet. Der Wert der Gleichspannung erreicht nahezu den durchschnittlichen Höchstwert der Hochfrequenzspannung.

Bei einer Modulation von 30% wäre der Höchstwert der Niederfrequenzspannung ohne Berücksichtigung der Spannungs-

verluste etwa einem Drittel des durchschnittlichen Höchstwertes der Hochfrequenzspannung gleichzusetzen. Wegen der unvermeidlichen Spannungsverluste beträgt der Höchstwert der Niederfrequenzspannung jedoch nur rund $^2/_7$ des durchschnittlichen Höchstwertes der Hochfrequenzspannung und damit etwa $^2/_7$ der gewonnenen Gleichspannung.

Wir können das auch so ausdrücken: Die Gleichspannung ergibt sich etwa als das $^7/_2$ = 3,5fache des Höchstwertes der gesamten Steuerspannung. Die gesamte Steuerspannung ist wegen der Einstellung des Lautstärkereglers auf $^1/_3$ dreimal so hoch anzusetzen wie die Endstufen-Steuerspannung.

Da wir $3{,}5 \cdot 3$, ohne einen allzu großen Fehler zu machen, gleich 10 setzen dürfen und da der Höchstwert der Steuerspannung um 1,5 V geringer ist als der Wert der negativen Gittervorspannung der Endröhre, erhalten wir schließlich folgenden grundlegend wichtigen Zusammenhang:

Regelnde Gleichspannung = 10 × (negative Gittervorspannung der Endröhre – 1,5) : Niederfrequenz-Verstärkungsgrad.

Sind zwischen Empfangsgleichrichter und Endstufe keine Verstärkerstufen vorhanden, so ist der Verstärkungsgrad gleich 1 zu setzen.

Die Steilheitsangaben

Für die geregelten Röhren benötigen wir Steilheitskennlinien, deren jede zu einem festen Wert der Schirmgitterspannung gehört (Bild 2). Für die nicht geregelten Röhren genügt statt der Kennlinie die Angabe der im Arbeitspunkt vorhandenen Steilheit. Bei Mischröhren bezieht sich die Steilheit einerseits auf den Zwischenfrequenz-Anodenwechselstrom und anderseits auf die Empfangsspannung, die an dem zugehörigen Steuergitter auftritt.

Die Werte der anodenseitigen Widerstände

Der erzielte Verstärkungsgrad folgt daraus, daß man die Steilheit mit dem anodenseitig wirksamen Widerstand vervielfacht. Wird keine besonders hohe Genauigkeit verlangt, so darf der Einfluß des Innenwiderstandes der zur Verstärkung benutzten Fünfpolröhre sowie gegebenenfalls der

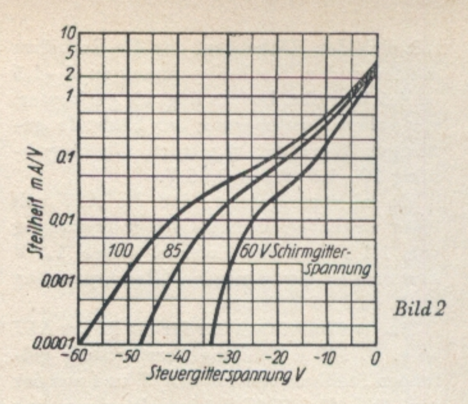


Bild 2

Gitterwiderstand der jeweils folgenden Röhre außer acht gelassen und als anodenseitiger Widerstand allein der Außenwiderstand eingesetzt werden. Als Außenwiderstände sind dabei in Betracht zu ziehen:

1. Für die Hochfrequenz-Vorröhre: Der Resonanzwiderstand eines abstimmbaren Hochfrequenzkreises.
2. Für die Mischröhre und die Zwischenfrequenzröhre: Die Resonanzwiderstände der Zwischenfrequenz-Bandfilter. Das letzte dieser Bandfilter ist durch den Empfangsgleichrichter besonders belastet, weshalb sein Resonanzwiderstand den geringsten Wert hat.

In überschlägigen Rechnungen dürfen wir für den Rundfunkwellenbereich und für die üblichen Zwischenfrequenzen sämtliche Resonanzwiderstände mit je 0,1 MΩ veranschlagen.

Berechnungsbeispiel

In der Schaltung nach Bild 1 wird die Regelspannung mit Hilfe einer Zweipolröhre erzeugt und nur dem Steuergitter der AF3 zugeführt. Zwischen dieser und der Gleichrichterstufe, in der die Regelspannung entsteht, ist eine mit einer AF7 bestückte, also nicht geregelte Verstärkerstufe eingefügt. Als Endröhre diene eine AL4, die von dem Empfangsgleichrichter über eine 1 : 20 verstärkende Niederfrequenzstufe und über einen auf $^1/_3$ eingestellten Lautstärkeregler gesteuert wird. Die negative Gittervorspannung der vorausgesetzten Endröhre beträgt 6 V, wo-

mit sich der Höchstwert der die Endröhre aussteuernden Wechselspannung zu 6 –1,5 = 4,5 V ergibt. Daraus folgt als geringster, zur vollen Aussteuerung der Endstufe gehöriger Wert der regelnden Gleichspannung 10 · 4,5 : 20 = 2,25 V.

Es sei vorausgesetzt, daß die AF3 mit einer negativen Grund-Gittervorspannung von 1,1 V betrieben werde. Diese 1,1 V kommen zu der regelnden Gleichspannung (z. B. zu 2,25 V) hinzu.

Nun wollen wir aus der für die Röhre AF7 zu z. B. 100 V Schirmgitterspannung geltenden Steilheit von 1,8 mA/V und aus der zur AF3 für 85 V Schirmgitterspannung gehörigen Kennlinie (Bild 2) die Gesamtkennlinie entwickeln, die aus den Steilheiten der hintereinander arbeitenden Röhren AF3 und AF7 folgt. Die Gesamtkennlinie erhalten wir, indem wir die Kennlinie von Bild 2 um 1,8 mA/V hinaufschieben und statt der Steilheit in mA/V das Quadrat der Steilheit in (mA/V)² anschreiben (Bild 3). Die darin enthaltenen Werte müssen zur Berechnung des Verstärkungsgrades (bei Anodenwiderständen von je 100 kΩ) mit 100 kΩ · 100 kΩ = 10 000 (kΩ)² vervielfacht werden.

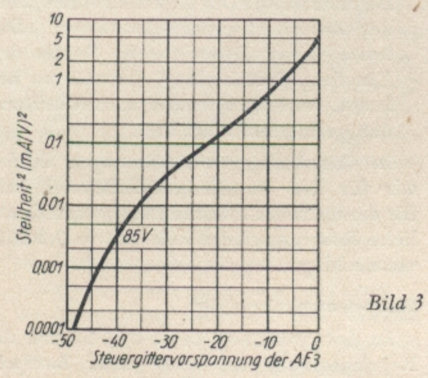


Bild 3

Zu dem oben berechneten Wert von 3,35 V für die negative Gittervorspannung der AF3 folgt aus Bild 3 für das Quadrat der Steilheit ein Wert von etwa 2,5 (mA/V)². Das gibt als Verstärkungsgrad 2,5 · 10 000 = 25 000.

Da die regelnde Gleichspannung mit 2,25 V berechnet wurde, haben wir auch für den durchschnittlichen Höchstwert der am Empfangsgleichrichter (also auf der Anodenseite der AF3) vorhandenen Zwischenfrequenzspannung einen Wert von 2,25 V einzusetzen. Am Steuergitter der AF3 herrscht somit eine Hochfrequenzspannung mit einem durchschnittlichen Höchstwert von 2,25 V : 25 000 = 0,09 mV. Wenn in der Eingangsschaltung eine Resonanzüberhöhung von 1: 5 auftritt, so bedeutet das eine Antennenspannung von 0,09 : 5 = 0,018 mV oder 18 μV.

Zu doppelter Spannung am Empfangsgleichrichter gehört auch die doppelte Regelspannung, so daß die gesamte Gittervorspannung der AF3 einen Wert von 1,1 + (2 · 2,25) = 5,6 V beträgt. Das gibt aus der zu den Steilheiten gehörigen Gesamtkennlinien (Bild 3) einen Wert von rund 1,5 (mA/V)², wozu eine Verstärkung von 1,5 · 10 000 = 15 000, eine Spannung am Steuergitter der AF3 von 2 · 2,25V = 4,5 V : 15 000 = 0,3 mV und eine Antennenspannung von 0,3 : 5 = 0,06 mV oder 60 μV gehören.

Um die in Bild 4 gezeigte Regelkennlinie festlegen zu können, müssen wir weitere Werte für die am Empfangsgleichrichter auftretende Spannung annehmen.

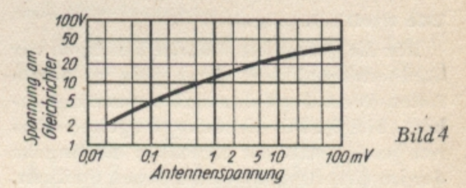


Bild 4

Aus Bild 4 ersehen wir, daß der Schwundausgleich in dem beispielsweise gewählten Fall nicht sehr bedeutend ist: Eine Schwankung der Antennenspannung von 0,02 bis 20 mV ergibt am Gleichrichter immer noch eine Schwankung von 2,2 V bis 30 V.

Soll die Endstufe erst für eine höhere Antennenspannung voll ausgesteuert werden, so muß man mit dem Lautstärkeregler eine geringere Niederfrequenzspannung abgreifen. Dabei bleibt die Kennlinie von Bild 4 erhalten, da die mit dem Lautstärkeregler vorgenommenen Änderungen erst hinter dem Gleichrichter stattfinden.

Verzögerungsketten

Von Dr.-Ing. F. Bergtold

In der Niederfrequenztechnik benutzt man – z. B. um ein Feld großer Ausdehnung bei gerichteter Schallbestrahlung einwandfrei mit Schall zu versorgen oder um mit einer feststehenden Schallempfängergruppe in wechselnden Richtungen auftretende Geräuschziele anpeilen zu können – Verzögerungsketten, in denen der Schall einer Verzögerung unterworfen wird. Die folgenden Zeilen sollen zunächst ein Beispiel für die Anwendung der Verzögerungsketten geben, dann zeigen, wie die Verzögerung vor sich geht, und schließlich einige zahlenmäßige Hinweise bringen.

Verzögerung und Geräuschpeilung

Bild 1 zeigt zwei Mikrophone, einen Verstärker und einen Hörer. Zwischen das obere Mikrophon und den Verstärker ist eine Verzögerungskette eingefügt. Diese dient dazu, den Wegunterschied *a* der schräg auf die Mikrophone auftreffenden Schallstrahlen auszugleichen: Das obere Mikrophon wird nämlich von dem Schall früher getroffen als das untere Mikrophon. Das Verzögerungsglied gleicht dies für den Verstärkereingang aus.

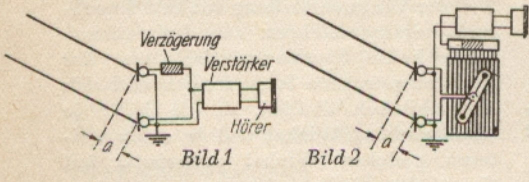


Bild 1 Bild 2

Vollkommener ist die Einrichtung nach Bild 2. Hier sind die beiden nicht geerdeten Anschlüsse der Mikrophone an zwei auf einer drehbaren Brücke angeordnete Kontakte geführt. Die Kontakte schleifen auf einer Platte, die aus voneinander isolierten, leitenden Streifen besteht. An jeden Streifen ist ein Glied einer Verzögerungskette angeschlossen. Durch Drehung der Kontaktbrücke kann die Verzögerung für die beiden Mikrophone verändert werden. In der gezeichneten Stellung ist z. B. für das obere Mikrophon zusätzlich der schraffierte Teil der Verzögerungskette wirksam, so daß die vom oberen Mikrophon gelieferte Spannung gegenüber der vom unteren Mikrophon gelieferten Spannung verzögert wird. Diese Verzögerung wird so bemessen, daß damit der Wegunterschied *a* gerade ausgeglichen wird, so daß also ein in der Richtung der eingezeichneten Strahlen einfallender Schall eingepeilt wird. Trifft der Schall senkrecht auf beide Mikrophone, werden also beide Mikrophone gleichzeitig beeinflußt, so ergibt sich am Verstärkereingang die Gleichphasigkeit der beiden Spannungen, wenn für die Mikrophone kein Verzögerungsunterschied eingestellt, die Brücke also in die senkrechte Stellung gedreht wird. Liegt die Schallquelle statt schräg oben schräg unten, so muß die Brücke für Gleichphasigkeit der beiden Spannungen so gedreht werden, daß ihre Mittellinie in Bild 2 von links oben nach rechts unten verläuft.

Aufbau der Verzögerungskette

Die Wirkung der Verzögerungskette beruht darauf, daß das Nacheilen einer Spannung ihrer Verzögerung gleichkommt. Eilt z. B. eine Ausgangsspannung von 100 Hz gegenüber der zugehörigen Eingangsspannung um $\frac{1}{6}$ einer Periode nach, so heißt das, daß sie dieser gegenüber um $\frac{0{,}01}{6} =$ 0,0016 s oder 1,6 ms verzögert ist.

Handelt es sich bei der zu verzögernden Spannung um ein Gemisch aus Spannungen mit verschiedenen Frequenzen, so muß der Nacheilwinkel der Ausgangsspannung (gegenüber der Eingangsspannung) der Frequenz verhältnisgleich ausfallen. Sonst ergeben sich zu den einzelnen Frequenzen verschiedene Verzögerungszeiten.

Es ist naheliegend, daß in Verzögerungsschaltungen reihengeschaltete Induktivitäten benutzt werden. So enthält auch die in Bild 3 gezeigte Verzögerungsschaltung Induktivitäten. Außerdem ist sie aus Kapazitäten und einem Abschlußwiderstand aufgebaut.

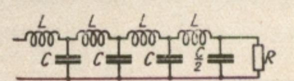


Bild 3

Wir betrachten jetzt, wie die Spannung mit der Verzögerungskette verzögert wird: Wir gehen dabei von der Spannung aus, die am letzten Kondensator der Kette herrscht. Dieser muß die Spannung, die am vorletzten Kondensator auftritt, bei gleichem Wert um einen gewissen Winkel voreilen. Ebenso muß dieser Spannung, die am vorvorletzten Kondensator entsteht, bei ebenfalls gleichem Wert wieder um einen und zwar möglichst um den gleichen Winkel voreilen usw. Dies wird durch Bild 4 veranschaulicht. U_R ist die Span-

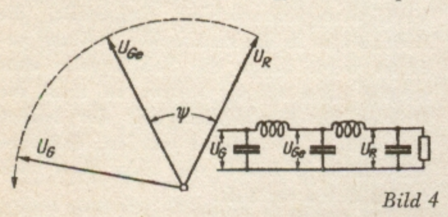


Bild 4

nung am letzten Kondensator, U_{Ge} die Spannung am vorletzten Kondensator und U_G die Spannung am vorvorletzten Kondensator. Die Endpunkte der Vektoren dieser und aller weiteren entsprechenden Spannungen sollen auf demselben Kreis liegen und gleiche Winkel miteinander einschließen.

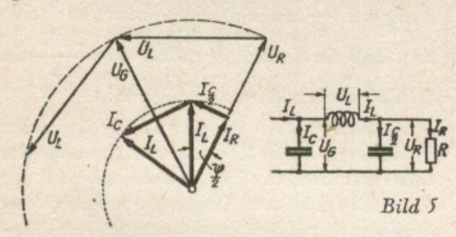


Bild 5

Wirkungsweise und Bemessung der Kette

Wir wollen uns zunächst klarmachen, wie sich das Vektorbild 5 aufbaut: Wir gehen von der Spannung U_R aus. Der zugehörige Strom I_R ist gegeben durch $\frac{U_R}{R}$ und liegt in Phase mit U_R. An der Spannung U_R liegt außer dem Widerstand R noch der Kondensator $\frac{C}{2}$. Der ihn durchfließende Strom, der durch $\frac{U_R \cdot \omega . C}{2}$ gegeben ist und der Spannung U_R um 90° voreilt, fügt sich demgemäß zu dem Strom I_R hinzu, womit I_L gebildet wird. Dieser Strom I_L geht durch die Induktivität L, wozu er an ihr eine ihm um 90° voreilende Spannung U_L braucht. Diese Spannung, die durch $\omega \cdot L \cdot I_L$ gegeben ist, fügt sich an U_R an, da ja L mit der Nebeneinanderschaltung aus R und $\frac{C}{2}$ in Reihe liegt. U_R und U_L bilden zusammen U_G. Diese Spannung verursacht in C einen Strom $I_C = U_G \cdot \omega \cdot C$, der ihr um 90° voreilt und zum ersten Strom I_L hinzukommt, wobei wieder ein Strom I_L entsteht.

Wir überlegen uns nun, wie wir es erreichen können, daß die Endpunkte der Spannungsvektoren auf einem Kreis liegen.



Bild 6

In Bild 6 ist zu diesem Zweck der erste Teil der Vektordarstellung von Bild 5 nochmals herausgezeichnet. Das darin schraffierte halbe Spannungsdreieck und das darin eingetragene Stromdreieck sind sich spiegelbildlich ähnlich, da sie beide je einen rechten Winkel und je einen weiteren gleichen Winkel aufweisen. Auf Grund der Ähnlichkeit gilt:

$$\frac{I_{\frac{C}{2}}}{I_L} = \frac{\frac{U_L}{2}}{U_R}, \quad \text{worin}$$

$$I_{\frac{C}{2}} = U_R \cdot \frac{\omega C}{2} \text{ und } U_L = I_L \cdot \omega L. \text{ Daher}$$

$$\frac{U_R \cdot \frac{\omega C}{2}}{I_L} = \frac{I_L \cdot \frac{\omega L}{2}}{U_R} \quad \text{oder}$$

$$\left(\frac{U_R}{I_L}\right)^2 = \frac{L}{C}.$$

Diese Beziehung sagt uns, dadurch daß sie ω nicht enthält, daß die spiegelbildliche Ähnlichkeit zwischen dem halben Spannungsdreieck und dem Stromdreieck auch bei beliebigen Änderungen der Frequenz gewahrt bleibt.

Für verschwindend geringe Frequenzen wird $I_{\frac{C}{2}} = 0$ und demgemäß $I_L = I_R$. Dazu gehört

$$\left(\frac{U_R}{I_R}\right)^2 = R^2 = \frac{L}{C} \quad \text{oder} \quad \boxed{R^2 = \frac{L}{C}.}$$

Dies ist die Regel für die Bemessung von L und C mit Rücksicht auf den Wert des Abschlußwiderstandes.

Die weiteren Glieder

Wir haben uns im vorhergehenden Abschnitt nur mit dem aus $\frac{C}{2}$ und L bestehenden letzten Stück der Kette sowie mit dem daran angeschlossenen Abschlußwiderstand beschäftigt. Bild 5 zeigt uns aber, daß die der Spannung U_R vorangehende Spannung U_G für das nächste Glied mit C dieselbe Rolle spielt wie U_R für das Endglied mit $\frac{C}{2}$, da nach Bild 5 der durch den Kondensator fließende Strom in den vorhergehenden Gliedern jeweils doppelt so groß sein muß wie im letzten Glied. Die vorhergehenden Glieder müssen also hier dieselbe Induktivität und die doppelte Kapazität bekommen wie das Endglied.

Die Verzögerungszeit

Die Verzögerungszeit je Glied (t_v) ist durch die Phasenverschiebung (ψ) zwischen den zwei aufeinanderfolgenden Spannungen und durch die Kreisfrequenz (ω) der Spannung gegeben. Es gilt:

$$\omega t_v = \psi \quad \text{oder} \quad t_v = \frac{\psi}{\omega} \quad (\psi \text{ im Bogenmaß}).$$

Die Hälfte des Winkels ψ tritt im Stromdreieck auf und ist hier so bestimmt:

$$tg\,\frac{\psi}{2} = \frac{I_{\frac{C}{2}}}{I_R} = \frac{U \cdot \frac{\omega \cdot C}{2}}{\frac{U}{R}} = \frac{1}{2} \cdot \omega \cdot C \cdot R.$$

Die Verzögerungszeit soll bis zur oberen Grenzfrequenz frequenzunabhängig sein. Diese Forderung wird mit vorstehender Beziehung nicht streng erfüllt, da ja nicht ψ, wie es sein sollte, sondern $tg\,\frac{\psi}{2}$ der Frequenz verhältnisgleich ist. Um einen Überblick zu gewinnen, müssen wir also den zahlenmäßigen Zusammenhang zwischen dem Winkel $\frac{\psi}{2}$ und dem $tg\,\frac{\psi}{2}$ betrachten.

$\frac{\psi^0}{2}$	$\frac{\psi}{2}$ Bogen	$tg\,\frac{\psi}{2}$	$\dfrac{tg\,\frac{\psi}{2} - \frac{\psi}{2}\text{ Bogen}}{\frac{\psi}{2}\text{ Bogen}}$
0	0	0	0
10	0,174	0,176	0,0115
20	0,349	0,364	0,043
30	0,522	0,577	0,105
40	0,698	0,839	0,203

Lassen wir einseitig 10% (also $\pm$ 5%) als Fehler zu, so dürfen wir demgemäß $tg\,\frac{\psi}{2}$ dem Winkel $\frac{\psi}{2}$ bis zu $\frac{\psi}{2}$ = etwa 30° gleich oder besser

$$1{,}05 \cdot tg\,\frac{\psi}{2} \approx \frac{\psi}{2}$$

setzen. Damit wird die Verzögerungszeit:

$$t_v = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \omega \cdot C \cdot R \cdot 1{,}05 \cdot \frac{1}{\omega} =$$

$$= 1{,}05 \cdot \frac{\omega}{\omega} \cdot C \cdot R \quad \text{oder} \quad t_v = 1{,}05 \cdot C \cdot R,$$

worin C in F und R in Ω einzusetzen wären, wenn sich t_v in sec ergeben soll. Für t_v in µs, C in nF und R in Ω gilt demgemäß:

$$\boxed{t_v\,\mu\text{s} = 1.05 \cdot C_{\text{nF}} \cdot R_{\text{k}\Omega}\,.}$$

Die Verzögerungszeit wird auf solche Weise mit Hilfe des vorher berechneten Wertes von C ermittelt. Das können wir insofern als eine Probe unserer Rechnung verwerten, als wir die Verzögerungszeit auch als die bei der oberen Grenzfrequenz zu 60° Phasenverschiebung gehörige Zeit erhal-

ten. 60^0 bedeuten $\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$ einer Periode. Das gibt

$$t_v\,\mu s = \frac{1000}{6 \cdot f_g\,kHz}.$$

Grenzfrequenz
mit Rücksicht auf die Verzögerungszeit

Für $\frac{\psi}{2} = 30^0$ ist $U_L = U_R$. Dazu gehört

$$I_{\frac{C}{2}} = U_R \cdot \frac{\omega_g \cdot C}{2} = U_L \cdot \frac{\omega_g \cdot C}{2} \quad \text{und}$$

$$I_{\frac{C}{2}} = \frac{I_L}{2} \quad \text{oder } I_L = 2 \cdot I_{\frac{C}{2}}, \quad \text{womit}$$

$$U_L = 2 \cdot \frac{U_L}{2} \cdot \omega_g^2 \cdot C \cdot L \text{ oder } \omega_g^2 = \frac{1}{C \cdot L}$$

$$\text{oder} \quad \boxed{f_g^2 = \frac{1}{40 \cdot C \cdot L}.}$$

Hiermit haben wir die zweite Bemessungsregel für die Verzögerungskette erhalten. Diese zweite Bemessungsregel ist, was man stets beachten sollte, im Gegensatz zur ersten nicht streng richtig, da sie zahlenmäßig auf der Annäherung zwischen einem Winkel und seiner Tangente beruht.

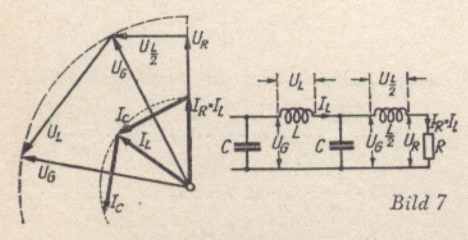


Bild 7

Die Kette mit $\frac{L}{2}$ am Ende

In Bild 7 sehen wir rechts die Schaltung und links das zugehörige Vektorbild für den Fall des richtig bemessenen Abschlußwiderstandes R. Im Vektorbild liegen also die Spitzen der Vektoren für U_G auf einem um den gemeinsamen Anfangspunkt dieser Vektoren geschlagenen Kreis. Der Abschlußwiderstand R, an dem die Spannung U_R herrscht, wird von einem Strom durchflossen, der auch durch die Induktivität $\frac{L}{2}$ hindurchgeht und an ihr die ihm um 90^0 voreilende Spannung $U_{\frac{L}{2}} = \frac{\omega \cdot L}{2} \cdot I_R$ hervorruft. Diese Spannung fügt sich zu der Spannung U_R hinzu. Das ergibt die Spannung U_G, die den ihr um 90^0 voreilenden Strom I_C hervorruft, der zu I_R hinzukommt.

Wegen der spiegelbildlichen Ähnlichkeit zwischen dem ersten Spannungsvektordreieck und dem ersten halben Stromvektordreieck gilt:

$$\frac{I_R}{I_{\frac{C}{2}}} = \frac{U_G}{U_{\frac{L}{2}}}. \text{ Darin ist } I_{\frac{C}{2}} = U_G \cdot \frac{\omega \cdot C}{2}$$

$$\text{und} \quad U_{\frac{L}{2}} = I_R \frac{\omega \cdot L}{2}; \quad \text{also}$$

$$\frac{2\,I_R}{U_G \cdot \omega \cdot C} = \frac{2\,U_G}{I_R \cdot \omega \cdot L} \text{ oder } \left(\frac{U_G}{I_R}\right)^2 = \frac{L}{C},$$

worin ω fehlt, weswegen diese Beziehung für alle Frequenzen gilt. Für verschwindendes ω wird $U_G = U_R$, womit sich als erste Bemessungsregel ergibt:

$$\left(\frac{U_R}{I_R}\right)^2 = \frac{L}{C} \quad \text{oder} \quad \boxed{R^2 = \frac{L}{C}.}$$

Mit Rücksicht auf das richtige Verhältnis der Verzögerungszeiten darf auch hier für die höchste Frequenz $\frac{\psi}{2}$ (siehe Bild 4) nicht größer als 30^0 werden. $\psi = 30^0$ bedeutet:

$I_C = I_R$ und $U_L = U_G$. Also wird hier aus

$$I_C = U_G \cdot \omega \cdot C \quad I_R = U_L \cdot \omega \cdot C =$$
$$= \omega_g \cdot L \cdot I_R \cdot \omega_g\,C \quad \text{oder:}$$

$$\omega_g^2 = \frac{1}{C \cdot L} \quad \text{oder} \quad \boxed{f_g^2 = \frac{1}{40 \cdot C \cdot L}.}$$

Das ist die zweite Bemessungsregel. Wir erkennen, daß diese Bemessungsregeln mit denen der ersten Schaltung übereinstimmen.

Ein Zahlenbeispiel folgt im nächsten Heft

Elektrisches und magnetisches Feld

Hier werden die Zusammenhänge zwischen dem Wechselstrom, der Wechselspannung und den verschiedenen Größen des magnetischen sowie des elektrischen Wechselfeldes gezeigt. Diese Zeilen können nebenbei als Einführung in den Aufsatz über die Eindringtiefe betrachtet werden.

Strom und Verschiebungsstrom

Wir denken uns zwei kreisförmig begrenzte, ebene Platten, die sich in geringem Abstand gegenüberstehen. Die beiden Plattenmitten seien durch einen Widerstandsstab miteinander verbunden.

Legen wir an die Platten eine Gleichspannung, so fließt durch den Widerstand ein Strom mit dem Augenblickswert I_t und über den von den beiden Platten gebildeten Kondensator ein weiterer Strom als Stromstoß mit dem (abklingenden) Augenblickswert I_{vt}. Den Strom I_v bezeichnet man vielfach als Verschiebungsstrom. Damit steht es so: Der Kondensator enthält dadurch seine Spannung, daß der einen Platte Elektronen zugeführt und von der anderen Platte Elektronen weggenommen werden. Diese in den Kondensatorzuleitungen auftretende und in Amperesekunden meßbare Elektronenverschiebung Q steht mit der Spannung U am Kondensator und mit dessen Kapazität C in folgendem Zusammenhang:

$$Q = C \cdot U.$$

Eine Elektronenverschiebung von 1 μA sec kann z. B. dadurch erreicht werden, daß ein Strom von 1 μA eine Sekunde lang fließt. Das läßt sich auch so ausdrücken: Wenn ein Strom von 1 μA eine Sekunde lang dem Kondensator zugeführt wird, ändert sich dessen Aufladung um 1 μA sec oder: Eine Änderung der Aufladung von 1 μA sec je Sekunde bedeutet einen Strom von 1 μA. Allgemein heißt das:

$$\frac{\mathrm{d}\,Q}{\mathrm{d}\,t} = I_{vt} \text{ oder in Worten:}$$

Die Änderungsgeschwindigkeit der Kondensatoraufladung ist gleich dem im selben Augenblick vorhandenen Wert des Verschiebungsstromes.

Elektrische Felddichte und elektrisches Spannungsgefälle

Die Elektronenverschiebung setzt sich auch zwischen den Platten fort: Wir stellen uns vor, daß im Nichtleiter (z. B. im Äther) ebenfalls Teilchen und zwar elastisch verschoben werden. Die Gesamtverschiebung im Nichtleiter, die durch die Elektronenverschiebung in den Zuleitungen gegeben ist, stellt das dar, was wir als elektrisches Feld bezeichnen. Q ist also gleichbedeutend mit dem (Augenblicks-)Gesamtwert des zwischen den Platten auftretenden elektrischen Feldes, dessen Wert somit in Amperesekunden angegeben werden kann.

Das elektrische Feld hat an jeder Stelle eine bestimmte Dichte D, als deren Maß die Amperesekunde je cm² verwendbar ist. Nehmen wir an, das gesamte Kondensatorfeld habe über den ganzen Feldquerschnitt F (hier gleich einer einseitigen Plattenoberfläche) dieselbe Dichte, so gilt:

$$D = \frac{Q}{F} \quad \text{oder } Q = D \cdot F.$$

Sind die Felddichten innerhalb des Feldquerschnittes ungleich, so tritt an die Stelle der vorhergehenden Beziehungen:

$$D_F = \frac{\mathrm{d}\,Q}{\mathrm{d}\,F} \quad \text{oder} \quad Q = \int D_F \cdot \mathrm{d}\,F,$$

wobei mit dem Index F die Abhängigkeit der Felddichte von der Lage innerhalb der Fläche F angedeutet sein soll.

Die Felddichte hängt in jedem Augenblick von folgendem ab:

a) Von der zwischen den Platten gerade herrschenden Spannung,
b) von dem Abstand der Platten und
c) von der Art des zwischen den Platten vorhandenen Nichtleiters.

Daß die Augenblickswerte der Felddichte und der angelegten Spannung für eine gegebene Anordnung einander verhältnisgleich sind, versteht sich von selbst.

Leicht können wir einsehen, daß Felddichte und Abstand zueinander in umgekehrtem Verhältnis stehen müssen. Wir brauchen uns nur mitten zwischen beiden

Platten eine weitere, äußerst dünne, leitende Platte vorzustellen. Gegen diese weitere Platte hat jede der äußeren Platten nurmehr die halbe Spannung. Die eingefügte Platte ändert nichts an dem Feld. Bei halber Spannung und halbem Abstand entsteht also dieselbe Felddichte wie bei voller Spannung und ganzem Abstand.

Um den Einfluß der Art des Isolierstoffes brauchen wir uns hier nicht sonderlich zu kümmern. Er wird durch einen Kennwert berücksichtigt.

Maßgebend ist somit für die Felddichte außer der Art des Nichtleiters nur das Verhältnis der Spannung zum Abstand. Dieses Verhältnis kann z. B. in V/cm angegeben werden. Es bedeutet die Spannung je cm Feldlänge oder, wie man sich recht anschaulich ausdrückt, das Spannungsgefälle, das man mit E bezeichnen kann. Für den leeren Raum schreibt man die Beziehung zwischen elektrischer Felddichte D und elektrischem Spannungsgefälle E so an:

$$D = \varepsilon_0 \cdot E.$$

Darin ist ε_0 die Größe, die den Zusammenhang der Zahlenwerte und der Maße herstellt. Messen wir die Felddichte in Amperesekunden je cm² und das Spannungsgefälle in Volt je cm, so muß das Maß von ε_0 gegeben sein durch

$$\frac{\mathrm{A \cdot sec}}{\mathrm{cm^2}} : \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{cm}} = \frac{\mathrm{A \cdot sec}}{\mathrm{V \cdot cm}}.$$

Der zugehörige Zahlenwert beträgt $8{,}86 \cdot 10^{-14}$. ε_0 wird vielfach als „absolute Dielektrizitätskonstante" bezeichnet. Tritt an Stelle des leeren Raumes ein Isolierstoff, so schreibt man die obige Beziehung so an:

$$D = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot E.$$

Darin ist ε als Kennwert des Isolierstoffes eine reine Zahl. ε wird „relative Dielektrizitätskonstante" oder einfach „Dielektrizitätskonstante" genannt.

Elektrische Felddichte und Dichte des Verschiebungsstromes

Wir kehren zurück zum Strom: Zwischen den Platten unseres Kondensators fließt in jedem Augenblick außer dem Strom I_t, dem der Widerstand als Strombahn dient, der Strom I_{vt}. Dieser Strom verteilt sich über den gesamten Feldquerschnitt. Seine Dichte ist bei gleichmäßiger Verteilung über den ganzen Querschnitt an jeder Stelle des Feldes

$$i_{vt} = \frac{I_{vt}}{F},$$

wenn F (wie oben) den Feldquerschnitt bedeutet. Da die Felddichte mit dem Wert des gesamten Feldes in derselben Beziehung steht wie die Verschiebungsstromdichte mit dem Wert des gesamten Verschiebungsstromes, können wir gegenüberstellen:

$$\frac{\mathrm{d}\,Q}{\mathrm{d}\,t} = I_{vt} \quad \text{und} \quad \frac{\mathrm{d}\,D}{\mathrm{d}\,t} = i_{vt}.$$

Die beiden Ströme als magnetische Spannung

Fließt ein Strom I in einem geraden Draht, so entsteht in der Umgebung des Drahtes sowie auch in dem Draht selbst ein Magnetfeld, das die Achse des geraden Drahtes umschließt. Es kann durch Feldlinien veranschaulicht werden, die als zu der Leiterachse konzentrische Kreise auftreten.

Für das Magnetfeld spielt der Strom eine ähnliche Rolle wie für ihn die Spannung. Demgemäß bezeichnet man den Strom auch als magnetische Spannung des zu ihm gehörigen Magnetfeldes. Diese magnetische Spannung wird hier jeweils längs eines kreisförmigen Feldlinienringes aufgebraucht. Hat ein solcher Ring z. B. eine Länge von 100 cm (Kreisumfang), so entfällt bei einem Gesamtstrom von 2 mA auf jeden cm $\frac{2\ \mathrm{mA}}{100\ \mathrm{cm}} = 0{,}02\,\frac{\mathrm{mA}}{\mathrm{cm}}$ oder $20\,\frac{\mu\mathrm{A}}{\mathrm{cm}}$. Diese $20\,\frac{\mu\mathrm{A}}{\mathrm{cm}}$ stellen das magnetische Spannungsgefälle H dar, das dem z. B. in $\frac{\mu\mathrm{V}}{\mathrm{cm}}$ angebbaren elektrischen Spannungsgefälle entspricht. Zwischen der magnetischen Spannung (die man gelegentlich mit V bezeichnet und die in unserem Fall durch den Strom gegeben ist), der Länge l der Feldlinie und dem Spannungsgefälle H besteht hier folgender Zusammenhang, wenn t den Augenblickswert andeutet:

$$H_t \cdot l = V_t = I_t.$$

Wenn wir das magnetische Spannungsgefälle nicht längs der kreisförmigen Feldlinie, sondern längs irgendeines anderen um den Stromweg herumführenden, aber auch in sich geschlossenen Weges verfolgen, so wird das Spannungsgefälle zwar an den einzelnen Wegpunkten verschiedene Werte annehmen können, muß aber wieder insgesamt die durch I_t bestimmte magnetische Spannung ergeben. Das drückt man so aus:

$$\oint H_{ts} \cdot \mathrm{d}\, s = V_t = I_t .$$

H_s bedeutet darin das an dem einzelnen Wegpunkt in Richtung des Weges herrschende Spannungsgefälle. Der Kreis am Integralzeichen heißt, daß die Summierung (Integration) des Spannungsgefälles auf einem in sich geschlossenen Weg durchgeführt sein muß.

Für eine Feldlinie, die nicht bloß den Widerstand, sondern unseren gesamten Kondensator umschließt, gilt als magnetische Spannung die Summe aus dem Strom im Widerstand und dem Verschiebungsstrom des elektrischen Kondensatorfeldes. Mit diesen beiden Strömen wird somit aus der letzten Gleichung:

$$\oint H_{ts} \cdot \mathrm{d}\, s = I_t + \frac{\mathrm{d}\, Q_t}{\mathrm{d}\, t}$$

oder bei einer über den gesamten Feldquerschnitt F gleichbleibenden Dichte D des elektrischen Feldes:

$$\oint H_{ts} \cdot \mathrm{d}\, s = I_t + F \cdot \frac{\mathrm{d}\, D_t}{\mathrm{d}\, t} .$$

Würde man an Stelle eines Drahtes, der 2 mA Strom führt, ein vieradriges Kabel benutzen, in dessen jeder Ader 0,5 mA in gleicher Richtung fließen, so würde das wegen $4 \cdot 0{,}5 = 2$ für das Magnetfeld ebenso wirken wie der Draht mit seinen 2 mA. Die 0,5 mA von jeder Kabelader können bei geeigneter Rückleitung und Schaltung der Adern stets denselben Strom darstellen (Hintereinanderschaltung der Adern), ohne daß sich dadurch etwas in bezug auf das Magnetfeld ändert. Deshalb spricht man im Zusammenhang mit der magnetischen Spannung vielfach nicht vom Strom, sondern von den Stromwindungen oder Amperewindungen.

Magnetische Felddichte und Permeabilität

Wir denken uns wieder einen gerade ausgespannten, stromdurchflossenen Draht. Um den Draht bildet sich eine magnetische Spannung aus, wobei jedem mit dem Leiter koaxialen Ring ein bestimmtes magnetisches Spannungsgefälle zukommt. Die magnetische Spannung hat ein magnetisches Feld zur Folge, das sich – bei hinreichender Dichte – z. B. durch Kraftwirkungen auf Eisenfeilspäne deutlich äußern kann. Die Felddichte B und das Spannungsgefälle H sind einander bei Ausbildung des Magnetfeldes im leeren Raum oder (mit genügender Genauigkeit auch) in allen nicht ferromagnetischen Stoffen verhältnisgleich, weshalb man den Zusammenhang zwischen diesen beiden Größen hierfür so anschreiben kann.

$$B = \mu_0 \cdot H,$$

worin man μ_0 als absolute Permeabilität bezeichnet (siehe weiter unten).

Die meisten ausnutzbaren Wirkungen des Magnetfeldes beruhen ausschließlich auf der Felddichte und dem Magnetfeld, jedoch nicht auf dem magnetischen Spannungsgefälle und der magnetischen Spannung. So rühren z. B. die Ablenkung der Elektronen in Elektronenstrahlröhren, die Kraftwirkung auf stromdurchflossene Leiter sowie die Spannungserzeugung durch Magnetfeldänderungen von dem Magnetfeld bzw. von seiner Dichte her. Dagegen könnte für die Widerstandsänderung des Wismuts das magnetische Spannungsgefälle die unmittelbare Ursache sein.

Magnetische Felddichte und Magnetfeldwert

Beim Magnetfeld besteht zwischen Dichte und Wert des Feldes derselbe Zusammenhang wie beim elektrischen Feld. Folglich gilt mit F für den Feldquerschnitt und mit Φ für den Wert des Feldes bei einer über den ganzen Feldquerschnitt gleichbleibenden Magnetfelddichte:

$$B = \frac{\Phi}{F} \quad \text{oder} \quad \Phi = B \cdot F$$

sowie für eine innerhalb des Feldquerschnittes ortsabhängige Felddichte:

$$B_F = \frac{\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,F} \text{ oder } \Phi = \int B_F \cdot \mathrm{d}\,F.$$

Änderung des Feldwertes und elektrische Spannung

Legt man um einen Magnetfeldquerschnitt eine Windung, so ergibt sich in ihr eine Spannung, deren Höhe der jeweiligen Änderungsgeschwindigkeit des Magnetfeldes verhältnisgleich und deren Dauer der der Magnetfeldänderung gleich ist.

Lassen wir das die Windung durchsetzende Magnetfeld z. B. einmal doppelt so schnell wie ein andermal zu Null werden, so ergibt sich im einen Fall gegenüber dem anderen die doppelte Spannung während der halben Zeit. Daraus folgt, daß die Voltsekunde als Maß für den Wert des Magnetfeldes benutzt werden kann. Mathematisch wird das z. B. so veranschaulicht:

$$U_t = -\frac{\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t}; \quad \Phi = -\oint U_t \cdot \mathrm{d}\,t.$$

Das negative Vorzeichen gründet sich darauf, daß die von der Feldänderung herrührende Spannung bei Kurzschluß der Windung einen der Feldänderung entgegenwirkenden Strom zur Folge hätte.

Auch wenn die Drahtwindung fehlt, wirkt die Magnetfeldänderung spannungserzeugend. Hierbei tritt jedoch mangels des Leiters an Stelle einer an den Enden der Windung meßbaren Klemmenspannung ein Spannungsgefälle auf. Dafür gilt:

$$-\frac{\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t} = \oint E_s \cdot \mathrm{d}\,s.$$

E_s bedeutet das an dem einzelnen Wegpunkt in Richtung des Weges herrschende Spannungsgefälle.

Sind mehrere Drahtwindungen so angeordnet, daß sie das Magnetfeld gleichförmig umschließen, so ergibt sich infolge jeder Magnetfeldänderung eine Spannung, die gleich dem Produkt aus Windungszahl und Spannung der einzelnen Windung ist.

Bei Vorhandensein mehrerer Windungen sagt man deshalb stets, wenn Verwechslungen zu befürchten sind, statt „Voltsekunde" „Voltsekunde je Windung".

Aus dem Maß „Voltsekunde" für den Wert des Magnetfeldes ergibt sich als Maß für die Dichte des magnetischen Feldes die Voltsekunde je cm² bzw. die Voltsekunde je Windung und cm².

Früher waren statt der Voltsekunde das Maxwell und statt der Voltsekunde je cm² das Gauß üblich:

1 Voltsekunde $= 10^8$ Maxwell

1 Voltsekunde je cm² $= 10^8$ Gauß.

Noch einmal magnetische Felddichte und magnetisches Spannungsgefälle

Weiter oben steht als für den leeren Raum gültige Beziehung, die wir nun nach Festlegung der Maße für B und H etwas genauer betrachten können: $B = \mu_0 \cdot H$. Die Größe μ_0, die vielfach als absolute Permeabilität bezeichnet wird, hat, da Φ in Voltsekunden und damit B in Voltsekunden je cm² sowie H in A je cm gemessen werden, folgende Maßeinheit:

$$\frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{sec}}{\mathrm{cm}^2} : \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{cm}} = \frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{sec}}{\mathrm{A} \cdot \mathrm{cm}}.$$ Mit $\mathrm{A} \cdot w$ und $$\frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{sec}}{w \cdot \mathrm{cm}^2}$$ folgt daraus $$\frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{sec}}{\mathrm{A} \cdot w^2 \cdot \mathrm{cm}}.$$

Der Zahlenwert, der zu dieser Maßeinheit gehört, ist

$$12{,}56 \cdot 10^{-9}.$$

Also ergibt sich im leeren Raum z. B. für $H = 10$ A/cm eine Felddichte B von $12{,}5 \cdot$ $\cdot\, 10 \cdot 10^{-9} \frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{sec} \cdot \mathrm{A/cm}}{\mathrm{A} \cdot \mathrm{cm}} = 125 \cdot 10^{-9}$ $\frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{sec}}{\mathrm{cm}^2}$ oder $0{,}125 \cdot 10^{-6} \frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{sec}}{\mathrm{cm}^2}$.

Tritt an Stelle des leeren Raumes etwa ein ferromagnetischer Stoff, so ergibt sich für dasselbe H eine viel höhere Felddichte. Zu der Größe μ_0 tritt dafür also noch ein – übrigens nicht gleichbleibender – reiner Zahlenwert μ hinzu:

$$B = \mu \cdot \mu_0 \cdot H.$$

Der Faktor μ kann für bestimmte Werkstoffe und bestimmte Felddichten sehr hohe Werte erreichen (bis etwa 200 000).

F. Bergtold.

Verantwortlich für den Inhalt: Prof. Dr.-Ing. F. Bergtold, VDE., München. Verantwortlich für die Anzeigen: Phil. Otto Röhm, Stuttgart-I. Z. Zt. gültige Pl. Nr. 6. Verlag Franckh'sche Verlagshandlung, Stuttgart-O. Printed in Germany. Druck: Chr. Belser, Stuttgart